

11	Ad Soyad No	ARNAVUTKÖY KORKMAZ YİĞİT ANADOLU LİSESİ 2008-2009 EĞİTİM VE ÖĞRETİM YILI 11. Sınıf II. DÖNEM I. <u>Matematik</u> YAZILISI	
1 10 puan	$(a_n)$ bir dizi olmak üzere, $a_1 = 2$ ve $a_{n+1} = a_n + 2n - 5$ bağıntısı veriliyor. $a_{16} = ?$ $a_{16} = a_{15} + 2 \cdot 15 - 5$ $a_{15} = a_{14} + 2 \cdot 14 - 5$ $a_{14} = a_{13} + 2 \cdot 13 - 5$ $\vdots$ $a_2 = a_1 + 2 \cdot 1 - 5$	$a_{16} = a_1 + 2 \cdot (1+2+\dots+15) - 15 \cdot 5$ $a_{16} = 2 + 2 \cdot \frac{15 \cdot 16}{2} - 75$ $a_{16} = 2 + 240 - 75$ $a_{16} = 167$	
2 10 puan	$(a_n) = \left( \frac{n+1996}{n-4} \right)$ dizisinin kaç terimi tamsayıdır? ( $n > 4$ ) $a_n = \frac{n-4}{n-4} + \frac{2000}{n-4}$ $= 1 + \frac{2000}{n-4}$	$x = \frac{2000}{n-4} \in \mathbb{Z} \quad (n > 4)$ $2000 = 2 \cdot 10^3 = 2^4 \cdot 5^3$ Pozitif bölge sayıları $= (4+1) \cdot (3+1) = 5 \cdot 4 = 20$ $x$ 'i tamsayı yapan 20 pozitif bölge var. $n-4=1 \rightarrow n=5$ $n-4=2 \rightarrow n=6$ $n-4=4 \rightarrow n=8$ $\vdots$ $n-4=2000 \rightarrow n=2004$ $(a_n)$ 'nin 20 terimi tamsayıdır.	
3 10 puan	$9 \cdot \prod_{m=1}^{10} \sum_{k=1}^m \binom{n}{k} = 7^{10} \cdot 3^{22}$ ise $n = ?$ $\prod_{m=1}^{10} \left( \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} \right) = 7^{10} \cdot 3^{20}$ $2^n - 1$	$(2^n - 1)^{10} = 7^{10} \cdot 3^{20}$ $(2^n - 1)^{10} = 7^{10} \cdot 9^{10}$ $(2^n - 1)^{10} = 63^{10}$ $2^n - 1 = 63 \rightarrow 2^n = 64 = 2^6 \rightarrow n = 6$ $2^n - 1 = -63 \rightarrow 2^n = -62$	
4 10 puan	$\sum_{k=1}^8 k^2 = A, \quad \sum_{k=1}^8 k = B, \quad \sum_{k=1}^8 1 = C$ ise $3 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 8 + \dots + 10 \cdot 13$ ifadesinin A, B, C cinsinden değerini yazın.	$\sum_{k=1}^8 ((k+2) \cdot (k+5)) = \sum_{k=1}^8 (k^2 + 7k + 10)$ $= \sum_{k=1}^8 k^2 + 7 \sum_{k=1}^8 k + 10 \sum_{k=1}^8 1$ $= A + 7B + 10C$	
5 10 puan	$z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ karmaşık sayısının karekökleri $z_1$ ve $z_2$ 'dir. $z_1^3 + z_2^3 = ?$ $z = 1 \cdot \text{cis} \left( \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi \right) \quad k \in \mathbb{Z} \quad \left( 1, \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi \right)$ $\sqrt{z} = \sqrt{1} \cdot \text{cis} \left( \frac{\pi}{12} + k\pi \right)$ $k=0 \quad z_1 = \text{cis} \frac{\pi}{12}$ $k=1 \quad z_2 = \text{cis} \frac{13\pi}{12}$	$= \left( \text{cis} \frac{\pi}{12} \right)^3 + \left( \text{cis} \frac{13\pi}{12} \right)^3$ $= \text{cis} \frac{3\pi}{12} + \text{cis} \frac{39\pi}{12}$ $= \text{cis} \frac{\pi}{4} + \text{cis} \frac{5\pi}{4}$ $= 0$	

**6**  $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+1)} = \frac{n}{n+1}$  önermesini, tümevarımla ispatlayın.

**I**  $n=1$  için doğru mu?  $\frac{1}{1.2} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$  ✓

**II**  $n=k$  için doğru olsun.  $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{k.(k+1)} = \frac{k}{k+1}$  (\*)

**III**  $n=k+1$  için doğru mu?  $\frac{1}{(k+1).(k+2)}$  eklenir.

$A + \frac{1}{(k+1).(k+2)} = \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1).(k+2)}$

$= \frac{k^2 + 2k + 1}{(k+1).(k+2)} = \frac{(k+1)^2}{(k+1).(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}$

$n=k+1$  için doğru ✓

**7**  $x^{\log_3 x} - 9x = 0$  Verilen denklemin çözüm kümesini bulun.

$\log_3 x = a$  olsun  $(3^a)^a - 9 \cdot 3^a = 0$

$x = 3^a$

$3^{a^2} - 9 \cdot 3^a = 0$

$3^{a^2} = 3^{2a+2}$

$a^2 - a - 2 = 0$

$(a-2).(a+1) = 0$

$a = 2$   $a = -1$

$x = 3^2 = 9$

$x = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

$a.k = \{9, \frac{1}{3}\}$

**8**  $\sum_{m=1}^{70} \sum_{n=1}^{m+1} ((m+1)!)^n$  ifadesinin sondan kaç basamağı 8'dir?

$= \sum_{m=1}^{70} (m+1).(m+1)! = 2.2! + 3.3! + 4.4! + 5.5! + \dots + 71.71!$

$2.2 = 4$   $3.6 = 18$   $4.24 = 96$

$4 + 18 + 96 = 118$

Sondan bir basamağı 8

Toplamın her bir teriminde 10 çarpanı olduğundan, toplamın bu kısmının sonunda belirli sayıda "0" var. Sondan kaç basamağın "8" olduğu önceki toplama bağlı.

**9**  $(a_n) = \left( \frac{(x-3)n+1}{6n-2} \right)$  dizisi sabit dizi ise ilk 10 terimin toplamını bulun.

$\frac{x-3}{6} = \frac{1}{-2}$

$3-x = 3$

$x = 0$

$a_n = \frac{(0-3)n+1}{6n-2} = \frac{-3n+1}{6n-2} = \frac{-3(n-\frac{1}{3})}{6(n-\frac{1}{3})} = -\frac{1}{2}$

$(a_n) = (-\frac{1}{2})$

$= a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$

$= 10 \cdot -\frac{1}{2} = -5$

**10**  $(a_n) = \left( \frac{2n+1}{n+2} \right)$  dizisinin kaç terimi  $\frac{3}{2}$ 'den küçüktür?

$a_n = \frac{2n+1}{n+2} < \frac{3}{2}$

$\frac{2n+1}{n+2} - \frac{3}{2} < 0$

$\frac{4n+2-3n-6}{2(n+2)} < 0$

$\frac{n-4}{2(n+2)} < 0$

$n-4 < 0$

$n < 4$

$n=1, 2, 3$

$(a_n)$ 'in 3 terimi  $\frac{3}{2}$ 'den küçüktür.